Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа **№3**

**«Численное интегрирование»**

по дисциплине «Вычислительная математика**»**

Вариант: **2**

**Преподаватель:**   
Малышева Татьяна Алексеевна

**Выполнил:**

Барсуков Максим Андреевич

**Группа:** Р3215

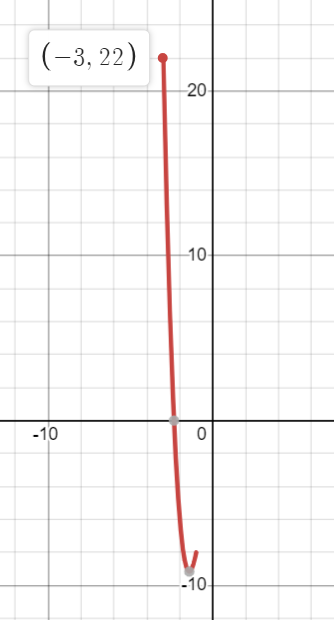
Санкт-Петербург, 2024 г.

Цель работы: найти приближенное значение определенного интеграла с требуемой точностью различными численными методами.

# 1. Вычислительная реализация задачи

1. **Вычислить интеграл**, приведенный в таблице 1, **точно:**

f(x)



1. **Вычислить интеграл по формуле Ньютона–Котеса** при :

[Решение на Wolfram Alpha](https://www.wolframalpha.com/input?i2d=true&i=%5C%2840%29%5C%2840%29-1%5C%2841%29-%5C%2840%29-3%5C%2841%29%5C%2841%29%C3%97%5C%2840%29Divide%5B41%2C840%5D+f%5C%2840%29-3%5C%2841%29%2BDivide%5B216%2C840%5D+f%5C%2840%29Divide%5B%5C%2840%29-8%5C%2841%29%2C3%5D%5C%2841%29%2BDivide%5B27%2C840%5D+f%5C%2840%29Divide%5B%5C%2840%29-7%5C%2841%29%2C3%5D%5C%2841%29%2BDivide%5B272%2C840%5D+f%5C%2840%29-2%5C%2841%29%2BDivide%5B27%2C840%5D+f%5C%2840%29Divide%5B%5C%2840%29-5%5C%2841%29%2C3%5D%5C%2841%29%2BDivide%5B216%2C840%5D+f%5C%2840%29Divide%5B%5C%2840%29-4%5C%2841%29%2C3%5D%5C%2841%29%2BDivide%5B41%2C840%5Df%5C%2840%29-1%5C%2841%29%5C%2841%29+with+f%5C%2840%29x%5C%2841%29+%3D+-3Power%5Bx%2C3%5D+-+5Power%5Bx%2C2%5D+%2B+4x+-+2)

1. **Вычислить интеграл по формулам средних прямоугольников, трапеций и Симпсона** при :

* **Метод средних прямоугольников**:

[Решение на Wolfram Alpha](https://www.wolframalpha.com/input?i2d=true&i=0.2%5C%2840%29f%5C%2840%29-3%2B0.1%5C%2841%29%2Bf%5C%2840%29-3%2B0.3%5C%2841%29%2Bf%5C%2840%29-3%2B0.5%5C%2841%29%2Bf%5C%2840%29-3%2B0.7%5C%2841%29%2Bf%5C%2840%29-3%2B0.9%5C%2841%29%2Bf%5C%2840%29-3%2B1.1%5C%2841%29%2Bf%5C%2840%29-3%2B1.3%5C%2841%29%2Bf%5C%2840%29-3%2B1.5%5C%2841%29%2Bf%5C%2840%29-3%2B1.7%5C%2841%29%2Bf%5C%2840%29-3%2B1.9%5C%2841%29%5C%2841%29+with+f%5C%2840%29x%5C%2841%29+%3D+-3Power%5Bx%2C3%5D+-+5Power%5Bx%2C2%5D+%2B+4x+-+2)

* **Метод трапеций**:

[Решение на Wolfram Alpha](https://www.wolframalpha.com/input?i2d=true&i=0.2%5C%2840%29Divide%5B%5C%2840%29f%5C%2840%29-3%5C%2841%29%2Bf%5C%2840%29-1%5C%2841%29%5C%2841%29%2C2%5D%2B+f%5C%2840%29-3%2B0.2%5C%2841%29%2B+f%5C%2840%29-3%2B0.4%5C%2841%29%2B+f%5C%2840%29-3%2B0.6%5C%2841%29%2B+f%5C%2840%29-3%2B0.8%5C%2841%29%2B+f%5C%2840%29-3%2B1%5C%2841%29%2B+f%5C%2840%29-3%2B1.2%5C%2841%29%2B+f%5C%2840%29-3%2B1.4%5C%2841%29%2B+f%5C%2840%29-3%2B1.6%5C%2841%29%2B+f%5C%2840%29-3%2B1.8%5C%2841%29%5C%2841%29+with+f%5C%2840%29x%5C%2841%29+%3D+-3Power%5Bx%2C3%5D+-+5Power%5Bx%2C2%5D+%2B+4x+-+2)

* **Метод Симпсона**:

[Решение на Wolfram Alpha](https://www.wolframalpha.com/input?i=0.2%2F3+%28f%28-3%29%2B4*%28f%28-3%2B0.2%29%2Bf%28-3%2B0.6%29%2Bf%28-3%2B1%29%2Bf%28-3%2B1.4%29%2Bf%28-3%2B1.8%29%29%2B2*%28f%28-3%2B0.4%29%2Bf%28-3%2B0.8%29%2Bf%28-3%2B1.2%29%2B+f%28-3%2B1.6%29%29%2Bf%28-1%29%29+with+f%28x%29+%3D+-3x%5E3+-+5x%5E2+%2B+4x+-+2)

1. **Сравнить результаты с точным значением интеграла:**

Точное значение интеграла на интервале вычислено как

1. Для метода **Ньютона–Котеса** при : , **значения совпадают**.
2. Для метода **средних прямоугольников** при : .
3. Для метода **трапеций** при : .
4. Для метода **Симпсона** при : , **значения совпадают**.
5. **Определить относительную погрешность вычислений для каждого метода.**
6. Для метода **Ньютона–Котеса**: **погрешности нет.**
7. Для метода **средних прямоугольников**:
8. Для метода **трапеций**:
9. Для метода **Симпсона**: **погрешности нет.**

Как видно из результатов, все методы дали относительно малую погрешность, особенно при использовании формулы Ньютона–Котеса и Симпсона. Наилучший результат был получен при использовании формулы Ньютона–Котеса с и формулы Симпсона с , при которых значения интеграла полностью совпали.

# 2. Программная реализация задачи

[**https://github.com/maxbarsukov/itmo/tree/master/4%20вычмат/лабораторные/lab3**](https://github.com/maxbarsukov/itmo/tree/master/4%20вычмат/лабораторные/lab3)



**Результаты выполнения программы при различных исходных данных:**

|  |
| --- |
| Выберите функцию:  1. x^2  2. sin(x)  3. e^x  4. 1/x^2  5. 1/x  6. 1/sqrt(x)  7. -3x^3 - 5x^2 + 4x - 2  8. 10  Ваш выбор: 7  Введите начальный предел интегрирования: -3  Введите конечный предел интегрирования: -1  Выберите метод интегрирования:  1. rectangle\_left  2. rectangle\_right  3. rectangle\_middle  4. trapezoid  5. simpson  Ваш выбор: 5  Введите требуемую точность вычислений: 0.0001  Значение интеграла: -3.333333333333333  Число разбиений интервала интегрирования для достижения требуемой точности: 8 |
| Выберите функцию:  1. x^2  2. sin(x)  3. e^x  4. 1/x^2  5. 1/x  6. 1/sqrt(x)  7. -3x^3 - 5x^2 + 4x - 2  8. 10  Ваш выбор: 5  Введите начальный предел интегрирования: -1  Введите конечный предел интегрирования: 1  Выберите метод интегрирования:  1. rectangle\_left  2. rectangle\_right  3. rectangle\_middle  4. trapezoid  5. simpson  Ваш выбор: 1  Введите требуемую точность вычислений: 0.0001  Интеграл не существует: функция имеет разрыв. |
| Выберите функцию:  1. x^2  2. sin(x)  3. e^x  4. 1/x^2  5. 1/x  6. 1/sqrt(x)  7. -3x^3 - 5x^2 + 4x - 2  8. 10  Ваш выбор: 5  Введите начальный предел интегрирования: 1  Введите конечный предел интегрирования: 10  Выберите метод интегрирования:  1. rectangle\_left  2. rectangle\_right  3. rectangle\_middle  4. trapezoid  5. simpson  Ваш выбор: 5  Введите требуемую точность вычислений: 0.001  Значение интеграла: 2.302763505482293  Число разбиений интервала интегрирования для достижения требуемой точности: 32 |

# Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены численные методы интегрирования с использованием Python. В результате работы были рассмотрены различные численные методы вычисления определенных интегралов: метод прямоугольников (левых, правых, средних), метод трапеций, метод Ньютона-Котеса и метод Симпсона.

Была реализована программа, позволяющая выбрать одну из предложенных функций, задать пределы интегрирования, точность и начальное значение числа разбиения интервала интегрирования. Написав реализации всех трех методов решения интегралов, можно сделать вывод, что самым точным и быстрым является метод Симпсона.

В ходе вычислительной реализации задачи были рассчитаны интегралы различными методами и проведено сравнение результатов с точными значениями интегралов.

Также была выполнена дополнительная задача по установлению сходимости рассматриваемых несобственных интегралов 2 рода и их вычислению заданными численными методами в случаях, когда подынтегральная функция терпит бесконечный разрыв в точке a, в точке b или на отрезке интегрирования.